AVR 8ビット マイクロ コントローラ

AVR201 : AVRハードウェア乗算器の使い方

応用記述

序説

Atmel® megaAVR® 8ビット マイクロ コントローラは数ある新しい増強の中に加わるハードウェア乗算器を含むAVR® RISCマイクロ コントローラ内の新しいデバイスの系列です。この乗算器は2クロック周期だけを使って16ビットの結果を与える、2つの8ビット数値の乗算が可能です。乗算器は速度とコード量の不利なく、符号付きと符号なし両方の整数と固定小数点数を扱えます。本資料の最初の項は8ビット演算に関するいくつかの乗算器使用例を与えます。

特徴

- 8ビットと16ビットの実装
- 符号付きと符号なしのルーチン
- 符号付きと符号なしの固定小数点乗算
- 実行可能な例プログラム

Rev. 1631D-10/2016, 1631DJ1-03/2021

目次

1. 説明

乗算器を使えるようにAVR命令群に6つの新命令が追加されています。これらの命令は次のとおりです。

- MUL　　－符号なし整数の乗算
- MULS　　－符号付き整数の乗算
- MULSU　－符号付き整数と符号なし整数の乗算
- FMUL　　－符号なし固定小数点数の乗算
- FMULS　－符号付き固定小数点数の乗算
- FMULSU －符号付き固定小数点数と符号なし固定小数点数の乗算

MULSUとFMULSU命令には16ﾋﾞｯﾄ ｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞの乗算に対する速度とｺｰﾄﾞ密度の改善が含まれます。2つ目の項は16ﾋﾞｯﾄ演算に対して乗算器を効果的に使う方法の例を示します。

信号処理に対して特別に仕上げられた専用ﾃﾞｼﾞﾀﾙ信号処理器(DSP)にさせる部分は累積器(MAC)です。この部分は論理演算部(ALU)に直接繋がった乗算器と機能的に当価です。megaAVRは同じ累積操作を効率的に実行する能力をAVR系統に与えるように設計されています。従って、この応用記述はMAC動作を実装する例を含みます。

(度々乗算/加算動作として参照される)累積動作には1つの重要な欠点があります。複数の値を1つの結果変数に加算するとき、お互いを或る程度打ち消すために正と負の値を加算する時でも、その限度を越えることで結果変数の危険が明らかになり、例えば値127を含む符号付きﾊﾞｲﾄ変数に1を加算する場合、その結果は+128に代わって−128でしょう。この問題を解決するために度々使われる1つの解決策は小数点数、換言すると1未満且つ−1以上の数値を導入することです。最終項は小数点数の使用に関するいくつかの論点を示します。

新しい乗算命令に加えて、少しの他の追加と改良がmegaAVRﾌﾟﾛｾｯｻ ｺｱに行われています。特に有用な改良の1つは或るﾚｼﾞｽﾀ対を他のﾚｼﾞｽﾀ対に複写する(ﾚｼﾞｽﾀ語複写)、新命令MOVWです。

″AVR201.asm″ﾌｧｲﾙは16ﾋﾞｯﾄ乗算ﾙｰﾁﾝの応用記述ｿｰｽ ｺｰﾄﾞを含みます。

核となる性能特性と共に全実装の一覧が下表で与えられます。

表1−1. 性能要約

分類	種別	ｺｰﾄﾞ量(語)	実行時間(周期)
8ﾋﾞｯﾄ×8ﾋﾞｯﾄ ﾙｰﾁﾝ	符号なし,8×8=16ﾋﾞｯﾄ乗算	1	2
	符号付き,8×8=16ﾋﾞｯﾄ乗算	1	2
	符号付き/符号なし固定小数点,8×8=16ﾋﾞｯﾄ乗算	1	2
	符号付き固定小数点,8×8+16=16ﾋﾞｯﾄ乗算/累積	3	4
16ﾋﾞｯﾄ×16ﾋﾞｯﾄ ﾙｰﾁﾝ	符号付き/符号なし,16×16=16ﾋﾞｯﾄ乗算	6	9
	符号なし,16×16=32ﾋﾞｯﾄ乗算	13	17
	符号付き,16×16=32ﾋﾞｯﾄ乗算	15	19
	符号付き,16×16+32=32ﾋﾞｯﾄ乗算/累積	19	23
	符号付き固定小数点,16×16=32ﾋﾞｯﾄ乗算	16	20
	符号付き固定小数点,16×16+32=32ﾋﾞｯﾄ乗算/累積	21	25
	符号なし,16×16=24ﾋﾞｯﾄ乗算	10	14
	符号付き,16×16=24ﾋﾞｯﾄ乗算	10	14
	符号付き,16×16+24=24ﾋﾞｯﾄ乗算/累積	12	16

2. 8ﾋﾞｯﾄ乗算

本章内の例が明らかに示すように、ﾊｰﾄﾞｳｪｱ乗算器を使って8ﾋﾞｯﾄ乗算を行うのは簡単です。まあ、2つ(または2乗については1つだけ)のﾚｼﾞｽﾀ内にｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞを格納して乗算命令の1つを実行してみてください。結果がR1:R0ﾚｼﾞｽﾀ対に置かれるでしょう。けれども、MUL命令だけが使用ﾚｼﾞｽﾀ制限を持たないことに注意してください。図2-1.は乗算命令の各々に対する有効な(ｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞ)ﾚｼﾞｽﾀ使用を示します。

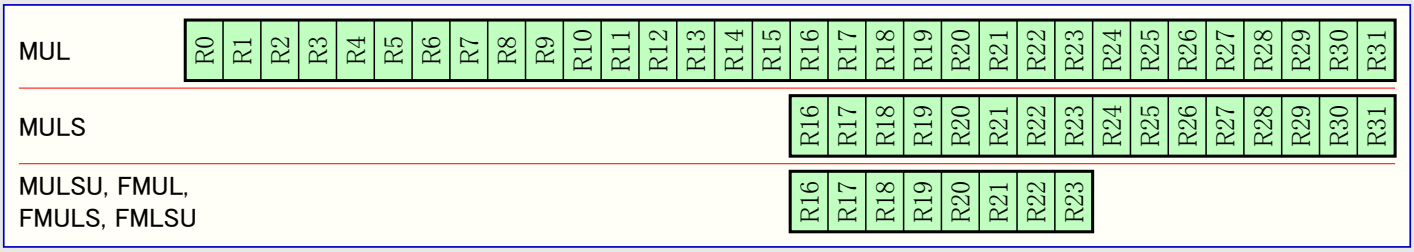
2.1. 例1 – 基本的な使い方

最初の例はﾎﾟｰﾄBの入力値を読み、結果をR17:R16ﾚｼﾞｽﾀ対に格納する前にその値を定数(5)で乗算するｱｾﾝﾌﾞﾘ言語ｺｰﾄﾞを示します。

```
        IN      R16,PINB        ; ﾎﾟｰﾄB入力値取得
        LDI     R17,5           ; 定数(5)取得
        MUL     R16,R17         ; R1:R0=ﾎﾟｰﾄB入力値×5
        MOVW    R17:R16,R1:R0   ; 結果をR17:R16ﾚｼﾞｽﾀ対に複写
```

MOVW命令の使い方に注意してください。本例は乗算命令の全てについて有効です。

図2-1. 有効なﾚｼﾞｽﾀ使用



2.2. 例2 – 特殊な状態

本例は有効なMUL命令のいくつかの特殊な状態を示します。

```
        LDS     R0,variableA    ; R0にSRAMの変数A値を取得
        LDS     R1,variableB    ; R1にSRAMの変数B値を取得
        MUL     R1,R0           ; R1:R0=変数A×変数B

        LDS     R0,variableA    ; R0にSRAMの変数A値を取得
        MUL     R0,R0           ; R1:R0=(変数A)2
```

例えｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞが結果のR1:R0ﾚｼﾞｽﾀ対に置かれたとしても、R1とR0は最初のｸﾛｯｸ周期で取得され、2番目のｸﾛｯｸ周期で結果が書き戻されるため、この操作は正しい結果を与えます。

2.3. 例3 – 乗算/累積操作

8ﾋﾞｯﾄ乗算の最後の例は乗算/累積操作を示します。一般形は次のように書かれます。

c(n)=a(n)×b+c(n-1)

```
;       * R17:R16=R18×R19+R17:R16 *

        IN      R18,PINB        ; 現在のﾎﾟｰﾄB入力値取得
        LDI     R19,b           ; 定数bをR19に取得
        MULS    R19,R18         ; R1:R0=ﾎﾟｰﾄB入力値×定数b
        ADD     R16,R0          ; R17:R16=R17:R16+R1:R0(累積)
        ADC     R17,R1
```

除算/累積操作に関する代表的な応用は、有限ｲﾝﾊﾟﾙｽ応答(FIR:Finite Impulse Response)と無限ｲﾝﾊﾟﾙｽ応答(IIR:Infinite Impulse Response)の濾波器(ﾌｨﾙﾀ)、比例積分微分(PID:Proportional-Integral-Differential)調整器、高速ﾌｰﾘｴ変換(FFT:Fast Fourier Transform)です。これらの応用に対してはFMULS命令が特に有用です。

MULS命令の代わりにFMULS命令を使う主な利点は、FMULS操作の16ﾋﾞｯﾄの結果が常に(上手く定義された)8ﾋﾞｯﾄ形式に近似できることです。これは「**小数点数の使い方**」章で更に論議されます。

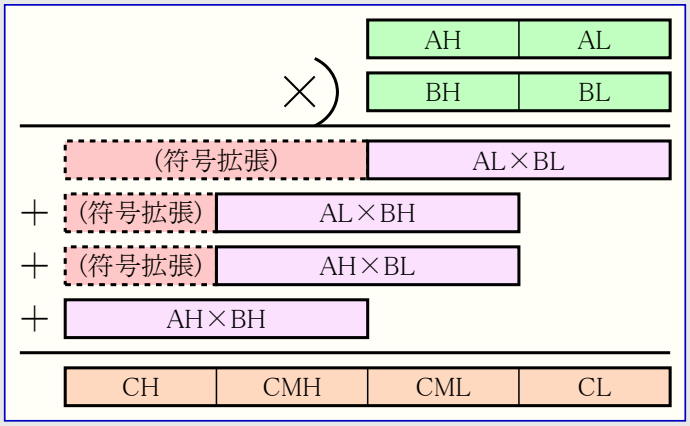
3. 16ビット乗算

新しい乗算命令は16ビット乗算を改善するために特別に設計されています。本章は16ビット オペランドでの乗算を行うためのハードウェア乗算器使用に関する解決策を示します。

下図は32ビットの結果を持つ2つの16ビット数値の乗算(A×B=C)に対する一般的な算法を図式的に図解します。AHはオペランドAの上位バイト、ALが下位バイトを意味します。CMHは結果Cの中間の上位バイト、CMLが中間の下位バイトを意味します。同様の表記法が残りのバイトについても使われます。

この算法は基本的に全て乗算です。部分的な16ビットの結果の全てが移動され、そして共に加算されます。符号拡張は符号付き数値にだけ必要ですが、符号なし数値に対してキャリーの伝播が未だ行われなければならないことに注意してください。

図3-1. 16ビット乗算,一般的な算法



3.1. 16×16=16ビット操作

例え符号なし乗算命令(MUL)だけが必要とされたとしても、この操作は符号付きと符号なしの両方の数値について有効です。これは下図で図解されます。数学的な説明が以下で与えられます。

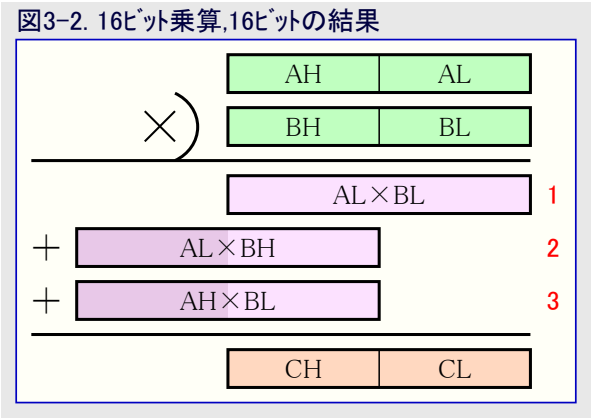
AとBが正の数値、または少なくてもそれらの1つが0のとき、A×Bの積Cが符号なし数値として使われた場合に2^{16}未満なら、積が符号付き数値として使われる場合に2^{15}未満なら、この算法は明らかに間違いありません。

両因数が負のとき、2の補数表記、A=2^{16}−|A|とB=2^{16}−|B|が用いられます。

$$C = A \times B = (2^{16} - |A|) \times (2^{16} - |B|) = |A \times B| + 2^{32} - 2^{16} \times (|A| + |B|)$$

ここで我々は16LSB(下位16ビット)だけに関係し、この総和の最後に残った部分は破棄され、|A×B|=Cの(正しい)結果を得ます。

図3-2. 16ビット乗算,16ビットの結果



1つの因数が負で他の1つの因数が正、例えばAが負でBが正の時は以下です。

$$C = A \times B = (2^{16} - |A|) \times |B| = (2^{16} \times |B|) - |A \times B| = (2^{16} - |A \times B|) + 2^{16} \times (|B| - 1)$$

MSBは破棄され、正しい2の補数表記の結果はC=2^{16} − |A×B|です。

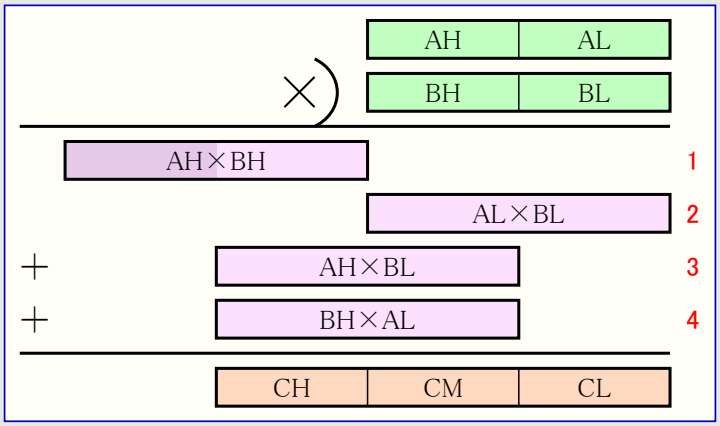
積は符号なし数値が使われる場合に0≦C≦2^{16}−1の範囲、符号付き数値が使われる場合に−2^{15}≦C≦2^{15}−1の範囲でなければなりません。

C言語で整数乗算を行うとき、これがどう行われるかです。この算法は32ビットの結果を持つ32ビット乗算を行うことで説明できます。

3.2. 16×16=24ﾋﾞｯﾄ操作

このルーチンの機能は下図で図解されます。24ﾋﾞｯﾄ版の乗算ルーチンについては、その結果がR18:R17:R16ﾚｼﾞｽﾀで示されます。符号なし乗算使用時にA×Bの積Cが2^{24}未満なら、符号付き乗算使用時に±2^{23}未満なら、この算法は正しい結果を与えます。

図3-3. 16ﾋﾞｯﾄ乗算,24ﾋﾞｯﾄの結果



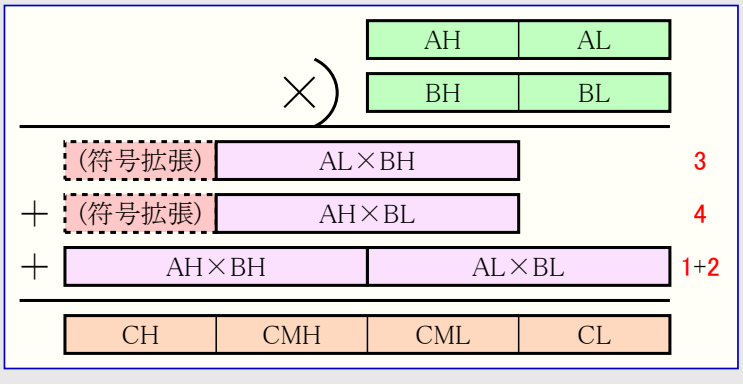
3.3. 16×16=32ﾋﾞｯﾄ操作

3.3.1. 例4 – 16×16=32ﾋﾞｯﾄ整数乗算の基本的な使い方

以下は16×16=32乗算ｻﾌﾞﾙｰﾁﾝの呼び出し法の例です。これは下図でも図解されます。

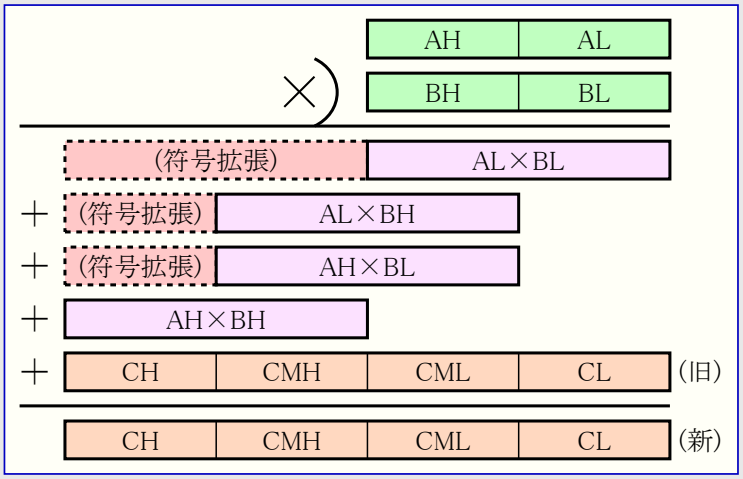
```
        LDI     R23,HIGH(672)       ; R23:R22に数値672を設定
        LDI     R22,LOW(672)
        LDI     R21,HIGH(1844)      ; R21:R20に数値1844を設定
        LDI     R20,LOW(184)
        CALL    mul16x16_32         ; 16×16=32ﾋﾞｯﾄ乗算ルーチン呼び出し
```

図3-4. 16ﾋﾞｯﾄ乗算,32ﾋﾞｯﾄの結果



3.4. 16ﾋﾞｯﾄ乗算/累積操作

図3-5. 16ﾋﾞｯﾄ乗算,32ﾋﾞｯﾄ累積結果



4. 小数点数の使い方

符号なし8ﾋﾞｯﾄ小数点数は(0以上2未満)範囲内の数値が許される形式、ﾋﾞｯﾄ6～0が小数を表し、ﾋﾞｯﾄ7は整数部(0または1)を表す、換言すると1.7形式を使います。2ﾊﾞｲﾄの結果の上位ﾊﾞｲﾄが(2.6形式に代えて)ｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞと同じ1.7形式を持つように結果が1ﾋﾞｯﾄ左に移動されるのを除き、FMUL命令はMUL命令と同じ操作を実行します。積が2以上の場合に結果が正しくなくなることに注意してください。

小数点数の形式を完全に理解するのに整数形式との比較が有用です。下表はこの2つの符号なし数値形式を図解します。符号付き整数のように、符号付き小数点数は良く知っている2の補数形式を使います。-1以上1未満の範囲の数値がこの形式を使って表現できます。

ﾊﾞｲﾄ'1011 0010'が符号なし整数として解釈される場合、それは128+32+16+2=178と解釈されるでしょう。これに反して、符号なし小数点数として解釈される場合は1+0.25+0.125+0.015625=1.390625と解釈されるでしょう。このﾊﾞｲﾄが符号付き数値と仮定されるなら、178-256=122(整数)または1.390625-2=-0.609375(小数点数)と解釈されるでしょう。

表4-1. 整数と小数点の形式比較

ﾋﾞｯﾄ番号		7	6	5	4	3	2	1	0
ﾋﾞｯﾄの意味	符号なし整数	2^7=128	2^6=64	2^5=32	2^4=16	2^3=8	2^2=4	2^1=2	2^0=1
	符号なし小数点数	2^0=1	2^{-1}=0.5	2^{-2}=0.25	2^{-3}=0.125	2^{-4}=0.0625	2^{-5}= 0.03125	2^{-6}= 0.012625	2^{-7}= 0.0078125

FMUL,FMULS,FMULSU命令はMUL,MULS,MULSU命令より僅かに複雑でしょう。とは言え、1つの潜在的な問題は簡単な方法で適切な値を小数点変数に割り当てることです。小数0.75(=0.5+0.25)は、例えば8ﾋﾞｯﾄが使われる場合に'0100 0000'になるでしょう。

0から2未満の範囲で正の小数点数(例えば1.8125)をAVRで使う形式に変換するには、例で図解される以下の算法が使われるべきです。

数値内に"1"がありますか?
はい、1.8125は1以上です。
ﾊﾞｲﾄは今や'1xxx xxxx'です。
残りに"0.5"はありますか?
0.8125÷0.5=1.625
はい、1.625は1以上です。
ﾊﾞｲﾄは今や'11xx xxxx'です。
残りに"0.25"はありますか?
0.625÷0.5=1.25
はい、1.25は1以上です。
ﾊﾞｲﾄは今や'111x xxxx'です。
残りに"0.125"はありますか?
0.25÷0.5=0.5
いいえ、0.5は1未満です。
ﾊﾞｲﾄは今や'1110 xxxx'です。
残りに"0.0625"はありますか?
0.5÷0.5=1
はい、1は1以上です。
ﾊﾞｲﾄは今や'1110 1xxx'です。

残りが無くなったために残りの3ﾋﾞｯﾄは0で、最終結果は'1110 1000'、そしてこれは1+0.5+0.25+0.0626=1.8125です。

負の小数点数に変換するには、最初に2を数値に加算して、それから既に示されたのと同じ算法を使ってください。

16ﾋﾞｯﾄ小数点数は、上位8ﾋﾞｯﾄが8ﾋﾞｯﾄ形式と同じ形式を持つ、8ﾋﾞｯﾄ小数点数と同様の形式を使います。下位8ﾋﾞｯﾄは8ﾋﾞｯﾄ形式の精度を増すだけです。8ﾋﾞｯﾄ形式が2^{-8}の精度を持つ一方、16ﾋﾞｯﾄ形式は2^{-16}の精度を持ちます。そして更に、32ﾋﾞｯﾄ小数点数は16ﾋﾞｯﾄ小数点数に対する精度増加です。数値を格納するために追加ﾊﾞｲﾄが使われる時の整数と小数点数間の重要な違い、小数点数使用時に数値の精度が増やされる一方、整数使用時に表現できる数値の範囲が拡張されることに注意してください。

先に言及したように、-1以上1未満の範囲内の符号付き小数点数の使用は整数に対する1つの主な優位性を持ち、それは-1以上1未満の範囲内の2つの数値の乗算時にその結果が-1以上1以下の範囲内になり、1つの例外付きで結果の近似値(上位側ﾊﾞｲﾄ)が因数として同じﾊﾞｲﾄ数で格納できることで、その例外は両因数が-1の時に積が1であるべきなのに、数値1が使う数値形式で表現できないため、FMULS命令はR1:R0内に数値-1を代わりに置きます。従って使用者はFMULS命令使用時に少なくてもｵﾍﾟﾗﾝﾄﾞの1つが-1でないことを保証すべきです。16ﾋﾞｯﾄ×16ﾋﾞｯﾄ小数点乗算にもこの制限があります。

4.1. 例5 – 8×8=16ﾋﾞｯﾄ符号付き小数点乗算の基本的な使い方

本例はﾎﾟｰﾄBの入力値を読み、R17:R16ﾚｼﾞｽﾀ対に結果を格納する前に、その値を小数点定数(-0.625)で乗算するｱｾﾝﾌﾞﾘ言語ｺｰﾄﾞを示します。

```
        IN      R16,PINB        ; ﾎﾟｰﾄB入力値取得
        LDI     R17,0b10110000  ; 固定小数点数-0.625値取得
        FMULS   R16,R17         ; R1:R0=ﾎﾟｰﾄB入力値×(-0.625)
        MOVW    R17:R16,R1:R0   ; 結果をR17:R16ﾚｼﾞｽﾀ対に複写
```

FMULS(とFMUL)命令の使い方がMULSとMUL命令の使い方と非常に類似していることに注意してください。

4.2. 例6 – 乗算/累積操作

下の例はA/D変換器からのﾃﾞｰﾀを使います。A/D変換器はA/D変換結果の形式が2の補数小数点形式に適合するように設定されるべきです。(例えば)ATmega83/163に関しては、これがADMUX入出力ﾚｼﾞｽﾀ内の左揃え(ADLAR)ﾋﾞｯﾄを設定(1)し、差動ﾁｬﾈﾙが使われることを意味します(A/D変換の結果は1で正規化されます)。

```
        LDI     R23,0b01100010  ; 固定小数点数0.771484375の上位ﾊﾞｲﾄ値取得
        LDI     R22,0b11000000  ; 固定小数点数0.771484375の下位ﾊﾞｲﾄ値取得
        IN      R20,ADCL        ; A/D変換結果下位ﾊﾞｲﾄ値取得
        IN      R21,ADCH        ; A/D変換結果上位ﾊﾞｲﾄ値取得
        CALL    fmac16x16_32    ; 符号付き小数点乗算/累積ﾙｰﾁﾝ呼び出し
```

A/D変換結果と0.771484375の乗算結果でR19:R18:R17:R16ﾚｼﾞｽﾀが加増されるでしょう。本例ではA/D変換の結果が符号付き固定小数点数として扱われます。それを符号付き整数として扱い、"fmac16x16_32"に代えて"mac16x16_32"を呼び出すこともできます。この場合は0.771484375が整数で置き換えられるべきです。

5. 実装に於ける解説

ここで実装される全ての16×16=32ﾋﾞｯﾄ関数は、正に"ｷｬﾘｰと共に加算"(ADC)と"ﾎﾞﾛｰと共に減算"(SBC)の操作での替え玉ﾚｼﾞｽﾀとして使われるR2ﾚｼﾞｽﾀの解除によって始まります。これらの(関数)操作はR2ﾚｼﾞｽﾀ内容を変えません。R2ﾚｼﾞｽﾀがｺｰﾄﾞ内の何処か別の処で使わないなら、それらの関数が呼び出される度毎にR2ﾚｼﾞｽﾀを解除する必要はありませんが、関数の1つを最初に呼び出す前に一度だけ必要です。

6. 改訂履歴

文書改訂	日付	注釈
1631A	–	初版文書公開
1631B	–	–
1631C	2002年6月	–
1631D	2016年10月	新雛形

Atmel | Enabling Unlimited Possibilities®

Atmel Corporation 1600 Technology Drive, San Jose, CA 95110 USA TEL:(+1)(408) 441-0311 FAX: (+1)(408) 436-4200 | www.atmel.com

---

本応用記述はAtmelのAVR201応用記述(Rev.1631D-10/2016)の翻訳日本語版です。日本語では不自然となる重複する形容表現は省略されている場合があります。日本語では難解となる表現は大幅に意訳されている部分もあります。必要に応じて一部加筆されています。頁割の変更により、原本より頁数が少なくなっています。

必要と思われる部分には( )内に英語表記や略称などを残す形で表記しています。

青字の部分はﾘﾝｸとなっています。一般的に赤字の0,1は論理0,1を表します。その他の赤字は重要な部分を表します。